Dicas Lista 1
Macroeconomia I

Yuri Passuelo – yuripassuelo@usp.br

28 de abril de 2025

Resolução dos exercícios da primeira lista da disciplinas de Macroeconomia I.

Problem 1

(a) & (b)

Para a solução dos dois primeiros exercícios basta checar as definições em Krueger (2017) Cap. 2 *pgs 7, 8 e 9*.

(c)

Para a caracterização do equilíbrio podemos adotar duas estratégias distintas

- Solução por "força bruta"usando as condições de Kuhn Tucker
- Solução por Método de Negishi, o passo a passo pode ser encontrado em Krueger (2017) Cap. 2 *pgs 15 à 21*.

A dica da solução força bruta sera detalhada abaixo:

Força Bruta

1. Primeiro construir o problema do Lagrangeano

$$\mathcal{L} = \sum_{t=0}^{\infty} (\beta_i)^t \ln\ (c_t^i) - \lambda_i (\sum_{t=0}^{\infty} p_t c_t^i - p_t e_t^i)$$

2. Retirar as condições de primeira ordem para os consumos dos indivíduos $i \in \{1, 2\}$ nos períodos t e $t + 1$

3. Isolar λ_i e igualar os λ_i's, igualando chegaremos a uma condição que nos diz que o valor gasto no período $t+1$ é o valor gasto no período t com o desconto β

$$p_{t+1}c_{t+1}^i = \beta_i p_t c_t^i$$

4. Dado a relação de de gastos entre t e $t+1$ podemos generaliza-la para $t=0$ e $t=1$ e depois fazer uma relação do gasto entre $t=t$ e $t=0$ que será:

$$\sum_{t=0}^{\infty} p_t c_t^i = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t p_0 c_0^i$$

5. Dado que $e_t^i = 1$ para todo t e que

$$\sum_{t=0}^{\infty} p_t c_t^i = \sum_{t=0}^{\infty} p_t e_t^i = \sum_{t=0}^{\infty} p_t$$

   Portanto temos que:

$$\sum_{t=0}^{\infty} p_t c_t^1 = \sum_{t=0}^{\infty} p_t c_t^2$$

$$\sum_{t=0}^{\infty} p_t c_t^1 = \sum_{t=0}^{\infty} p_t c_t^2$$

$$\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t p_0 c_0^1 = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t p_0 c_0^2$$

6. A partir da igualdade chegada no passo anterior use o fato de que p_0[1], c_0^1 e c_0^2 são constantes e que $0 < \beta_1, \beta_2 < 1$ para simplificar a expressão. A partir dessa simplificação coloque c_0^1 em função de c_0^2 ou vice-versa e encontre a expressão de c_0^1 e c_0^2 em função de β_i .

7. Use a condição de *market cleaning* para encontrar p_t

$$p_t c_t^1 + p_t c_t^2 = p_t e_t^1 + p_t e_t^2$$

$$p_t c_t^1 + p_t c_t^2 = p_t c_0^1 + p_t c_0^2$$

8. A partir de p_t encontre c_t^1 e c_t^2

[1] Suponha que $p_0 = 1$

(e)

A intuição é relativamente simples, como sabemos que os fatores de impaciência dos indivíduos são diferentes, aonde mais especificamente o parâmetro β do indivíduo 2 é maior que o do individuo 1, temos como implicação que o individuo 1 dá maior peso para o consumo presente que o individuo 2.

Desse modo o individuo 1 realiza trocas com o individuo 2 valorizando mais o consumo presente, mas abre mão do consumo futuro, enquanto o comportamento do individuo 2 faz o inverso. Abaixo temos alguns gráficos que buscam exemplificar:

(f)

De forma algébrica podemos encontrar o momento em que $\hat{c}_t^1 - \hat{c}_t^2$ troca de sinal, essencialmente queremos:

$$\frac{\beta_1^t(2-2\beta_1)}{\beta_1^t(1-\beta_1)+\beta_2^t(1-\beta_2)} = \frac{\beta_2^t(2-2\beta_2)}{\beta_1^t(1-\beta_1)+\beta_2^t(1-\beta_2)}$$

$$\beta_1^t(2-2\beta_1) = \beta_2^t(2-2\beta_2)$$

$$\beta_1^t(1-\beta_1) = \beta_2^t(1-\beta_2)$$

Aplicando log de ambos os lados da igualdade:

$$t\log(\beta_1) + \log(1-\beta_1) = t\log(\beta_2) + \log(1-\beta_2)$$

$$\log(1-\beta_1) - \log(1-\beta_2) = t(\log(\beta_2) - \log(\beta_1))$$

$$t = \frac{\log(1-\beta_1) - \log(1-\beta_2)}{\log(\beta_2) - \log(\beta_1)}$$

Vamos a agora ao algorítimo que encontra o momento. Vamos definir os passos que devemos fazer e em seguida mostrar o algorítimo:

- Definir as funções de consumo c_t^1 e c_t^2;
- Parametrizar β_1 e β_2;
- Definir período inicial $t = 0$;
- Inicializar o `while` com a condição $c_t^1 - c_t^2 > 0$:
  - Enquanto condição não for atendido $t = t + 1$

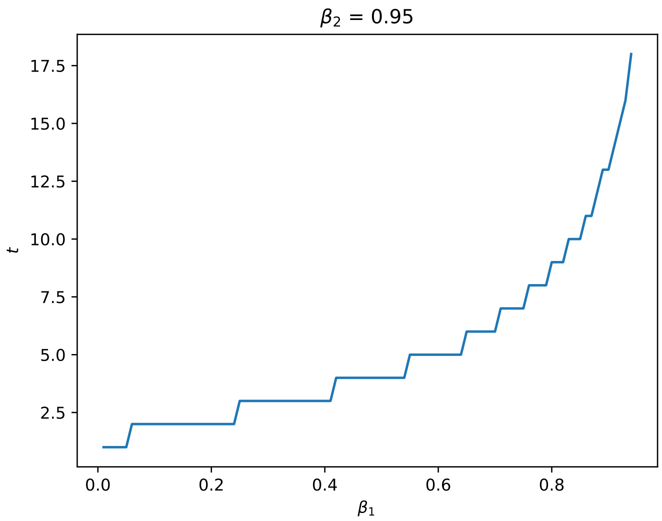

Figura 1: Grafico β_1 x t

Script:

```
# Importanto pacotes
import matplotlib.pyplot as plt
from matplotlib.backends.backend_pdf import PdfPages

# Funcao Consumo Individuo 1
def c_t_1(t, b1, b2):
  return ((b1**t)*(2-2*b1))/( (b1**t)*(1-b1) + (b2**t)*(1-b2) )

# Funcao Consumo Individuo 2
def c_t_2(t, b1, b2):

  return ((b2**t)*(2-2*b2))/( (b1**t)*(1-b1) + (b2**t)*(1-b2) )

# Parametro Fixado beta 2
b2 = 0.95

# Vetor de Periodos que vamos guardar
t_s  = []
# Range de beta 1 que usaremos
b1_range = [ i/100 for i in range(1,95) ]

# Iteracaio para cada beta 1 poss vel
for b1 in b1_range:
  # Inicializando t em zero
  t = 0
  # loop
  while c_t_1(t,b1,b2) >= c_t_2(t,b1,b2):
      t = t+1
```

```
    # Ao fim do loop guardamos os valores dos periodos associados
    t_s.append( t )
# Plot das combinacoes de beta 1 e periodo ate sinais se inverterem
fig2 = plt.figure()
plt.plot( b2_range , t_s )
plt.xlabel( r'$\beta_1$' )
plt.ylabel( r'$t$' )
plt.title(r'$\beta_2$ = 0.95')
plt.show()
```

Problem 2

Solution

(a) & (b)

Note que os dois primeiros itens dessa questão são idênticos aos da questão anterior, com a única modificação sendo a função utilidade e que os fatores de impaciência dos consumidores dessa vez são idênticos. Bastar replicar o que foi feito no exercicio anterior para.

(c)

Para mostrar que o consumo da pessoa 2 é maior do que a pessoa 1 precisamos resolver o problema do consumidor, para isso montaremos o o problema de duas formas, a primeira usaremos um Lagrangeano de forma direta e da segunda forma usaremos o método de Neguishi:

Força Bruta

Vamos ao passo-a-passo

1. Primeiro passo é construir o lagrangeano

$$\mathcal{L} = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \frac{{c_t^i}^{1-\sigma}}{1-\sigma} - \lambda_i (\sum_{t=0}^{\infty} p_t c_t^i - p_t e_t^i)$$

2. Depois tirar as condições de primeira ordem em relação a c_t^i e c_{t+1}^i

3. isolaremos os λ_i's em cada CPO e depois os igualaremos

4. conseguiremos uma condição que relaciona utilidade marginal, custo marginal e desconto intertemporal entre t e $t+1$.

$$p_{t+1} {c_{t+1}^i}^{\sigma} = \beta p_t {c_t^i}^{\sigma}$$

5. Podemo usar essa relação entre t e $t+1$ e extrapola-la por exemplo pata relacionar $t = t$ e $t = 0$

$$p_{t+1} {c_{t+1}^i}^{\sigma} = \beta^t p_0 {c_0^i}^{\sigma}$$

6. Isolando p_t para cada individuo e igualando a formula do preço encontrada teremos algo como:

$$\beta^t(\frac{c_0^1}{c_t^1})^\sigma = \beta^t(\frac{c_0^2}{c_t^2})^\sigma$$

Que implica em:

$$\frac{c_0^1}{c_t^1} = \frac{c_0^2}{c_t^2}$$

7. A partir dessa ultima relação apenas precisamos substituir nas condições de *market clearing* e portanto teremos os valores de c_t^1, c_t^2 e p_t

(d)

A intuição acaba sendo relativamente simples, apesar dos indivíduos possuírem a mesma função utilidade e o mesmo fator de desconto, o que acaba fazendo com o que o individuo dois tenha um consumo maior e constante em todo período é o fato de que ele recebe a dotação inicial em $t = 0$ enquanto o individuo dois não, portanto o individuo dois possui um certo poder, enquanto isso o individuo 1 troca todo seu consumo futuro por um pouco a mais de consumo presente.

(e)

Aqui simplesmente queremos definir um equilíbrio competitivo em mercados sequências, podemos pegar a definição em Krueger (2017) Cap. 2 *pgs. 22 à 23.*

(f)

A condição de *Non-Ponzi* é necessária para o equilíbrio em mercados sequenciais, o trecho dessa está em Krueger (2017) Cap. 2 *pgs. 24 à 27.*

O principal que queremos mostrar é que se uma alocação forma um equilíbrio de *Arrow debreu* então também é uma alocação de mercados sequenciais e vice-versa, como uma cabe na outra então são equivalentes.

Referências

Krueger, D. (2017). *Macroeconomic Theory.* University of Pennsylvania. (Ver pp. 1, 7).