Lista 2
Macroeconomia II

Yuri Passuelo – yuripassuelo@usp.br

August 23, 2025

Resolução dos exercícios da Segunda lista da disciplinas de Macroeconomia II.

Replicação Modelo Hugget(1993)

Considere a economia de trocas estudada por Huggett (1993).

(a) Suponha que o limite de endividamento seja $a = -2$. Utilizando o método de discretização do espaço estado e os valores para os parâmetros indicados em Huggett (1993), encontre a função valor, $V(x)$ e a função política, $g(x)$, dos indivíduos.

(b) Utilize $g(x)$ para calcular M, a matriz de transição da variável de estado $x = (e, a)$.

(c) Calcule os autovalores e autovetores da matriz M. Selecione o autovetor correspondente ao maior autovalor encontrado. Normalize-o de forma que a soma de seus elementos seja igual a 1. Interprete este vetor?

(d) Encontre a distribui c ao invariante correspondente da matriz M. Utilize a iteração da matriz de transição M. Compare-a com o autovetor (normalizado) encontrado no item anterior.

(e) Utilizando a distribuição invariante calcule o excesso de oferta de crédito.

(f) Ajuste o pre co do ativo de forma que o excesso de oferta de cr edito seja nulo.

(g) Encontre os preços de equilíbrio para os limites de endividamento alternativos em que $\bar{a} \in \{12, 10, 8, 6, 4\}$. Qual e a rela c ao entre o preço do ativo livre de risco e o limite de endividamento?

Solution

Revisão Hugget (1993)

O modelo de Hugget (1993) é um model simples de agentes heterogeneos, consideramos uma economia composta por um continuo de agentes, que sofrem choques idiossincráticos de renda, esses choques idiossincráticos podem ser considerados como choques como emprego, desemprego (situação do individuo estar ou não empregado), choques de renda que acontecem por flutuações do emprego e etc..., lembrando que diferente de um modelo de agente homogêneos, aqui não há existência de choques agregados, choques agregados acontecem de forma igual para todos os agentes, mas aqui o que ocorre é que cada individuo podem receber choques diferentes

Esses choques heterogêneos ocorrem de acordo com um processo markoviano, ou seja existe um processo tal que o choque de $t+1$ depende diretamente do choque em t.

Estruturando o modelo de forma mais fácil:

$$V(a,y) = \max_{a'} \left\{ u(c) + \beta \sum_{y} \pi(y'|y) V(a',y') \right\}$$

s.t:

$$c + qa' \leq y + a$$

$$a \geq a_{\min}$$

Aqui supomos que existe um conjunto $\mathcal{Y}$ de valores que y pode assumir tal que:

$$\mathcal{Y} = \{y_1, y_2, ..., y_n\}$$

Tal que $\pi(y'|y)$ é regido por um processo markoviano com matriz de transição:

$$\pi = \begin{bmatrix} \pi_{11} & \dots & \pi_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ \pi_{n1} & \dots & \pi_{nn} \end{bmatrix}$$

Conceitos importantes (Computacionalmente)

Para computar o equilíbrio desse tipo de economia, o ideal é a realização de um equilíbrio numérico por meio de um algoritmo (iteração da função valor), combinado com um outro algoritmo que encontre por exemplo a taxa de juros que zera mercados.

Um conceito importantíssimo aqui é nossa chamada distribuição estacionária, a distribuição estacionaria é basicamente um conceito que, dada as variáveis de estado, y (renda) e a (ativos) calculamos a proporção de nossa massa unitária nesse par de variáveis de estado, essa distribuição estacionária combina tanto nossa função politica $g(y,a)$, quanto nosso processo markoviano que envolve os choques da matriz de transição da variável y, essencialmente chamamos essa distribuição estacionária de $\mu_t(y_t,a_t) = P(y_t = y, a_t = a)$

Como em tese temos que y segue um processo markoviano temos uma matriz de transição que nos mostra a probabilidade de dado um individuo estar no par de variáveis de estado (a,y) ele ir para um outro par de variáveis de estado no futuro (a',y'), essa probabilidade é representada por:

$$P(a_{t+1} = a', y_{t+1} = y' | a_t = a, y_t = y)$$

Essa probabilidade, pode ser decomposta, porque em tese, a probabilidade de receber um choque y' vai ser independende de a, uma vez que o processo markoviano só depende de seu valor corrente, logo essa probabilidade é igual à:

$$P(a_{t+1} = a' | a_t = a, y_t = y) P(y_{t+1} = y' | y_y = y)$$

O termo $P(y_{t+1} = y' | y_t = y)$ corresponde a uma celula da matriz π que é a matriz de transição dos choques idiossincráticos, e já $P(a_{t+1} = a' | a_t = a, y_t = y)$ seria a probabilidade, de dado que o individuo se encontra com uma renda y e ativos a, transitar para um outro estado a', porém note que a nossa função política $g(y,a)$ já nos dá de forma deterministica que para dado par (y,a), qual será a o a' futuro, ou seja, aqui em tese não tem probabilidade, a função já nos dá qual o proximo a', então em tese temos que:

$$P(a_{t+1} = a' | a_t = a, y_y = y) = \begin{cases} 1 \text{ se} & a' = g(y,a) \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$$

Solução dos exercícios

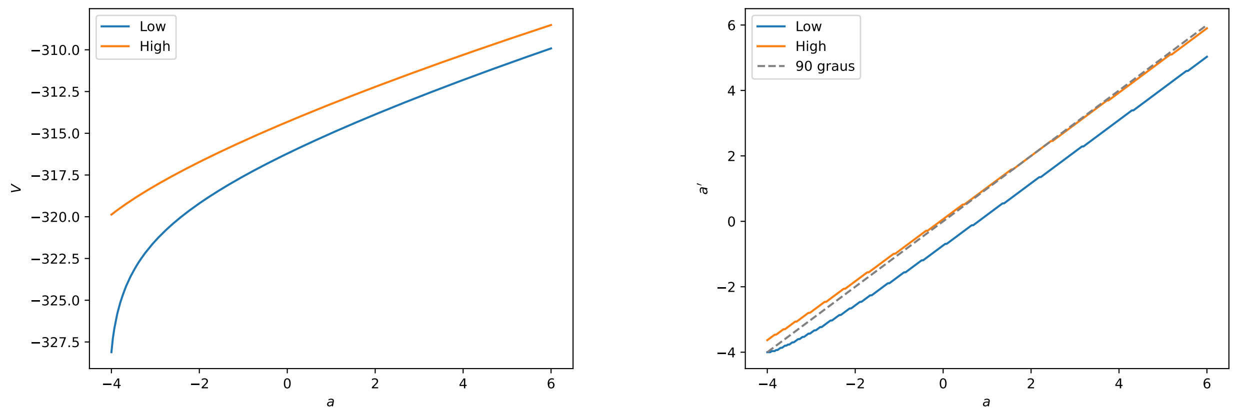
As soluções para o processo dos iténs (a) até (f) podem ser encontradas no site da monitoria, com opções tanto para python quanto matlab:

- Python
- Matlab

MATLAB	769.71 sec
Python	703.94 sec

Table 1: Desempenho relativo de cada um dos scripts

O único ponto adicional que traremos aqui serão alguns gráficos relativos à função valor e função politica de equilíbrio e a velocidade de convergência em relação a bisseção:

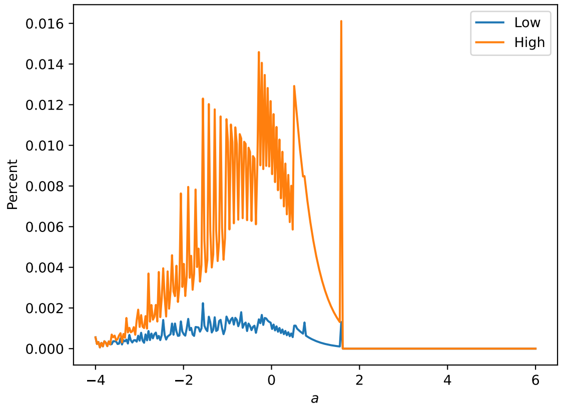


(a) Função Valor

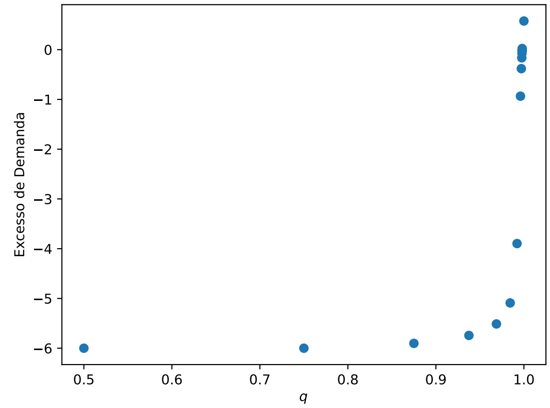
(b) Função Politica

Figure 1: Funções Convergidas

Também temos a interpretação relacionada a matriz M que aqui é utilizada como parte da matriz de transição de estados $x = (e, a)$, ou seja tanto em nível de posses do ativo a quanto estado estocástico da renda y.



(a) Distribuição Estacionária



(b) Convergência Preço

Figure 2: Distribuição e Convergência

(g)

Abaixo temos uma tabela comparando os limites de endividamento e os preços q de equilíbrio, trazemos os números estimados para um *grid* de tamanho $n = 300$ e com limite superior igual à 6.

Podemos ver claramente que fixados β e σ, temos que quanto maior o limite de endividamento temos que menor é o preço q e portanto maior é a taxa de juros.

$\bar{a}$	r	q (Paper)	q (Ex.)
-2	-7.1%	1.0124	1.0127
-4	2.3%	0.9962	0.9979
-6	3.4%	0.9944	0.9950
-8	4.0%	0.9935	0.9940

Table 2: Comparação